SUJET 18 : BAC 2014 TSM
MATHEMATIQUE

Exercices

A) On considère les trois entiers naturels a, b, c qui s'écrivent dans la base n : a=111 , b=114, C=13054

1. Sachant que c=ab, déterminer n, puis l'écriture de chacun des nombres a,b,c dans le système décimal.
2. Vérifier, en utilisant l'algorithme d'Euclide, que a et b sont premiers entre eux. En déduire les solutions dans Z^2 de l'équation ax + by=1.

B) Une variable aléatoire X prend les valeurs 1 ;-1 et 2 avec les probabilités respectives e^a , e^b, e^c où a, b, c sont en progression arithmétique.
On suppose que l'espérance mathématique E(X) de X est égale à 1.

1. Calculer a, b, c et la variance V(X) de X.
2. Soit A,B, C trois points d'abscisses respectives 1 ; -1 et 2 d'une droite graduée (Δ).

a) Calculer l'abscisse du point G barycentre de {(A ;1), (B ;2), (C ;4).

b) On pose : $\varphi(M) = \frac{1}{7}(MA^2 + 2MB^2 + 4MC^2$ où M est un point de (Δ).
Montrer que $\varphi(M) =$ V(X).

c) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M de (Δ) tels que $\varphi(M) = 3$.

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction g dérivable sur R et définie par :
g(x)= $(1-x)e^{1-x} - 1$

1.a) Justifier que la limite de g en +∞ est -1

b) Déterminer la limite de g en $-\infty$

2.a) Démontrer que pour tout x élément de R, $g'(x) = (x-2)e^{1-x}$

b) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

3.a) Démontrer que l'équation $x \in R, g(x) = 0$ admet une solution unique α.

b) En déduire que :
$\forall x \in]-\infty\ ;\ \alpha\ [, g(x) > 0$
$\forall x \in]\alpha\ ;\ +\infty\ [, g(x) < 0$

Partie B

On considère la fonction f dérivable sur R et définie par : $f(x)=xe^{1-x} - x + 2$
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (o, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$). L'unité graphique est 2 *cm.*

1. Déterminer les limites de f en +∞ et en $-\infty$.

2.a) Démontrer que f est une primitive de g.

b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

3.a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=-x+2$ est une asymptote oblique à (C) en +∞