

SUJET 2 : BAC 1996 TSM

I- Dans le plan P, on donne un triangle équilatéral tel que

$\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{AC}\| = 1$. Soit A' le milieu du segment [BC]

1. Montrer que le milieu G du segment [AA'] est le barycentre du système $\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$

2. Trouver l'ensemble des points M du plan tel que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2$

3. Soit la fonction $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$$x \rightarrow \frac{(2x - 1)e^x - 2x + 2}{e^x - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f et trouver les réels a, b et c tels que l'on ait :

$$\forall x \in Df, f(x) = ax + b + \frac{c}{e^x - 1}$$

2. f est-elle continue sur Df ?

Déterminer les limites de f aux bornes Df

3.a) Déterminer la fonction dérivée de f

b) Résoudre l'équation : $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$

c) En déduire les variations de f , les résumer dans un tableau.

4. On appelle (C) la courbe représentative de f dans un plan P rapporté à un repère orthonormé.

Démontrer que (C) admet pour asymptote la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ au voisinage de $+\infty$ et la droite (D').

5. Tracer (C) dans le repère défini à la 4^{ème} question

(On donne $\ln 2 \approx 0,7$)

6.a) Trouver les nombres réels α et β tels que l'on ait : $\forall x \in Df, f(x) = 2x + \alpha + \frac{\beta e^x}{e^x - 1}$

b) En déduire que la fonction $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$x \rightarrow x^2 - 2x + \ln|e^x - 1|$ est une primitive de f .