

SUJET 6 : BAC 2000 TSM
MATHEMATIQUE

A-a) Résoudre l'équation : $\log_2 x - \log_8(5-2x) = 1$

b) Résoudre : $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 1 = 0$

c) On donne $Z_1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ et $Z_2 = 1-i$

Calculer le module et l'argument de $\frac{Z_1}{Z_2}$. Calculer $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$

B-1) (P) est un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Soit φ l'application de (P) dans (P) définie par $\begin{cases} X' = Y - 4 \\ Y' = X' + 4 \end{cases}$

Montrer que φ est une isométrie affine (P) que l'on précisera.

2. On appelle f_α la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f_\alpha(x) = \frac{(\alpha+2)x}{x+2-\alpha}$$

α étant un paramètre réel appartenant à $\mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$ et on appelle (C_α) la courbe représentative de f_α dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de (P).

a) Montrer que, pour tout α de $\mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$, (C_α) est globalement invariable par φ

b) Montrer que toutes les courbes (C_α) passent par deux points indépendants de α .

1. Soit ω_α le point de coordonnées $(\alpha-2; \alpha+2)$ dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) de (P) et les vecteurs

$$\vec{i}' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} - \vec{j}) \text{ et } \vec{j}' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j}).$$

a) Montrer que $(\omega_\alpha, \vec{i}', \vec{j}')$ est un repère orthonormé de (P).

b) Déterminer une équation de (C_α) dans $(\omega_\alpha, \vec{i}', \vec{j}')$.

En déduire que (C_n) est une hyperbole équilatère.