

SUJET 7 : BAC 2001 TSM

MATHEMATIQUE

A-1) Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $X^2 + y^2 - 2X^2 y' = 0$

b) $y'' + 2y' + 5y = 0$ et déterminer la solution de f qui vérifie :

$$f(0) = 1 \text{ et } f'(0) = -1$$

2. Soit a un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}[$

Montrer que $\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$

Vérifier que : $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$. En déduire la valeur $\tan \frac{3\pi}{8}$

3. Le plan euclidien P est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points $A(3 ; 1), B(0 ; 2)$. Soit a un réel strictement positif.

Trouver les coordonnées du point M tel que : $2\vec{MA} + \vec{MB} = 3\frac{\vec{i}}{\ln a} + 3a\ln \frac{1}{a}\vec{j}$

B) On considère la fonction f de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ? Montrer que l'on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \frac{f(x) + f(-x)}{2} = \ln 2$$

2. Etudier et tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé et montrer qu'elle admet un centre de symétrie.

3. Montrer que f est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} .