

SUJET 8 : BAC 2002 TSM

MATHEMATIQUE

I) Soit **ABCD** un losange de centre **O** avec **OB=2OA**

a-) Déterminer l'ensemble des points tels que :

$$\mathbf{MA^2+MC^2-2MD^2=-6OA^2}$$

II) On considère la fonction f définie par : $f(x)=|x^2-1|$

a-) Etudier le sens de variation de la fonction f .

b-) On désigne par (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Montrer que (C) admet un axe de symétrie.

c-) Démontrer que pour tout réel x de D_f , $f(x)=2\ln|x|+\ln|1-\frac{1}{x^2}|$ et calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{f(x)}{x})$

Donner une interprétation graphique de cette limite

d-) Construire (C) .

III-On pose : $U_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \sin x dx$, $n \in \mathbb{N}$

a-) Calculer U_n à l'aide d'une intégration par parties.

b-) Montrer que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique. Indiquer le premier terme et la raison.

c-) On note $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$. Calculer S_n et sa limite quand n tend vers $+\infty$