

SUJET 11 : BAC 2005 TSM

A) 1-a) Trouver l'ensemble des entiers naturels diviseurs du nombre 5929.

b) Trouver les couples (α, b) d'entiers naturels dont le PGCD et le PPCM sont les solutions de l'équation : $x^2 - 91x + 588 = 0$

2. Démontrer que $A = 3^{3n+2} + 2^{n+4}$ est divisible par 5.

B) Soit la suite (U_n) définie par : $U_1 = -1$

$$U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)}, n \in \mathbb{N}^*$$

1. Montrer en raisonnant par récurrence que la suite (U_n) est majorée par 3.

2. Etudier le sens de variation de (U_n) .

3. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$V_n = n(3 - U_n)$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

4. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

C) Soit θ un nombre réel tel que : $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $Z^2 \cos^2 \theta - 2Z \sin \theta \cos \theta + 1 = 0$.

2. Déterminer le module et un argument de chaque solution de cette équation.

3. Résoudre l'équation différentielle :

$(1 + \cos 2\theta)y'' - (2 \sin 2\theta)y' + 2y = 0$, où y représente une fonction de la variation réelle x .

A) Soit ABC un triangle

1.a) Construire I, J, K tels que : $I = \text{bar}\{(A; 2), (C; 1)\}$, $J = \text{bar}\{(A; 1), (B; 2)\}$ et $K = \text{bar}\{(C; 1), (B; -4)\}$

b) Démontrer que le point B est le barycentre de $\{(C; 1), (K; 3)\}$

2. Démontrer que :

a) le point J est le barycentre de $\{(A; 2), (C; 1), (K; 3)\}$

b) le milieu du segment [IK] est le point J

3. Soit L et M les milieux respectifs de [CJ] et [CK]. Démontrer que IJML est en parallélogramme et que son centre G est barycentre de $(A; B; C)$