SUJET 13 : BAC 2008 TSM

MATHEMATIQUE

A) 1. Trouver tous les pairs d'entiers naturels a et b tels que l'on ait :

PGCD (a; b) = 42
PPCM (a; b) = 1680

2. Démontrer l'ensemble des entiers relatifs x tels que : $8x \equiv 7[5]$
3. Résoudre l'équation **:** $(x, y) \in Z \times Z$, $336x+210y=294$
(La deuxième question fournira une solution particulière de l'équation simplifiée)

B) Une caisse contient pêle-mêle 10 cubes rouges, 20 cubes jaunes et 5 cubes verts, tous de la même taille.
1. Quelle est la probabilité de faire le drapeau de la République de Guinée :
a) En prenant simultanément 3 cubes ?
b) En prenant simultanément 4 cubes ?
2. Quelle est la probabilité, en prenant successivement 3cubes l'un après l'autre, sans remise, d'obtenir dans l'ordre le drapeau de la République de Guinée.

C) On donne la fonction f définie par :

$$f(x)=x+\frac{e^x}{2(e^x-2)}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de cet ensemble.
2. Etudier les variations de f
3. a) Montrons que la droite (D_1) d'équation $y=x$ est asymptote à la courbe représentative (C) de f en $-\infty$. Préciser la position de (C) par rapport à (D_1).
   b) Montrons que la droite (D_2) d'équation $y=x+\frac{1}{2}$est asymptote à la courbe représentative (C) de f en $-\infty$. Préciser la position de (C) par rapport à (D_2).
4. Montrer que le point I de coordonnées $(\ln 2 ; \ln 2+\frac{1}{4})$ est un centre de symétrie de (C).
5. Construire (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$
   (Unité de longueur : 2*cm ; ln2≈0,69)*

D) On donne un rectangle ABCD du plan dont les côtés [AB] et [BC] ont pour longueurs a et b.

Pour tout réel non nul m, on note G_m le barycentre du système de points pondérés {(A ; m), (B ;-1), (C ; 1).

Pour chacune des questions ci-dessous, on donnera une solution géométrique puis une solution analytique.

1. Déterminer l'ensemble (E_1) des points G_m lorsque m décrit R*.
2. Déterminer l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que : $\| \overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{a^2+b^2}$
3. Déterminer l'ensemble (E_3) des points M du plan tels que :
   $(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}) = 0.$